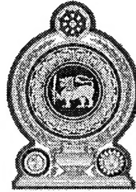
සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

රහස්‍ය ලේඛනයකි.



NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2020

07 - ගණිතය II

නව/පැරණි නිර්දේශය

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
ප්‍රධාන/ සහකාර පරීක්ෂක රැස්වීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2020

07 ගණිතය II

(නව/පැරණි නිර්දේශය)

ලකුණු බෙදී යාමේ ආකාරය

II පත්‍රය

A කොටස	10 x 25	=	250
B කොටස	05 x 150	=	750

එකතුව $= \frac{1000}{10}$

II පත්‍රය අවසාන ලකුණු = 100

උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ පොදු ශිල්පීය ක්‍රම

උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමේ හා ලකුණු ලැයිස්තුවල ලකුණු සටහන් කිරීමේ සම්මත ක්‍රමය අනුගමනය කිරීම අනිවාර්යයෙන් ම කළ යුතුවේ. ඒ සඳහා පහත පරිදි කටයුතු කරන්න.

1. උත්තරපත්‍ර ලකුණු කිරීමට රතුපාට බෝල් පොයින්ට් පෑනක් පාවිච්චි කරන්න.
2. සෑම උත්තරපත්‍රයකම මුල් පිටුවේ සහකාර පරීක්ෂක සංකේත අංකය සටහන් කරන්න. ඉලක්කම් ලිවීමේදී **පැහැදිලි ඉලක්කමෙන්** ලියන්න.
3. ඉලක්කම් ලිවීමේදී වැරදුණු අවස්ථාවක් වේ නම් එය පැහැදිලිව තනි ඉරකින් කපා හැර නැවත ලියා කෙටි අත්සන යොදන්න.
4. එක් එක් ප්‍රශ්නයේ අනු කොටස්වල පිළිතුරු සඳහා හිමි ලකුණු ඒ ඒ කොටස අවසානයේ △ ක් තුළ ලියා දක්වන්න. අවසාන ලකුණු ප්‍රශ්න අංකයත් සමඟ □ ක් තුළ, භාග සංඛ්‍යාවක් ලෙස ඇතුළත් කරන්න. ලකුණු සටහන් කිරීම සඳහා පරීක්ෂකවරයාගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා ඇති තීරුව භාවිත කරන්න.

උදාහරණ : ප්‍රශ්න අංක 03

(i) .... √ $\frac{4}{5}$

....

....

(ii) .... √ $\frac{3}{5}$

....

....

(iii) .... √ $\frac{3}{5}$

....

....

(03) (i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = $\boxed{\frac{10}{15}}$

බහුවරණ උත්තරපත්‍ර : (කවුළු පත්‍රය)

1. අ.පො.ස. (උ.පෙළ) හා තොරතුරු තාක්ෂණ විභාගය සඳහා කවුළු පත්‍ර දෙපාර්තමේන්තුව මගින් සකසනු ලැබේ. නිවැරදි වරණ කපා ඉවත් කළ සහතික කරන ලද කවුළුපතක් ඔබ වෙත සපයනු ලැබේ. සහතික කළ කවුළු පත්‍රයක් භාවිත කිරීම පරීක්ෂකගේ වගකීම වේ.
2. අනතුරුව උත්තරපත්‍ර හොඳින් පරීක්ෂා කර බලන්න. කිසියම් ප්‍රශ්නයකට එක් පිළිතුරකට වඩා ලකුණු කර ඇත්නම් හෝ එකම පිළිතුරක්වත් ලකුණු කර නැත්නම් හෝ වරණ කැපී යන පරිදි ඉරක් අඳින්න. ඇතැම් විට අයදුම්කරුවන් විසින් මුලින් ලකුණු කර ඇති පිළිතුරක් මකා වෙනත් පිළිතුරක් ලකුණු කර තිබෙන්නට

පුළුවන. එසේ මකන ලද අවස්ථාවකදී පැහැදිලිව මකා නොමැති නම් මකන ලද වරණය මත ද ඉරක් අඳින්න.

3. කවුළු පත්‍රය උත්තරපත්‍රය මත නිවැරදිව තබන්න. නිවැරදි පිළිතුර ✓ ලකුණකින් ද, වැරදි පිළිතුර 0 ලකුණකින් ද වරණ මත ලකුණු කරන්න. නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව ඒ ඒ වරණ තීරයට පහළින් ලියා දක්වන්න. අනතුරුව එම සංඛ්‍යා එකතු කර මුළු නිවැරදි පිළිතුරු සංඛ්‍යාව අදාළ කොටුව තුළ ලියන්න.

ව්‍යුහගත රචනා හා රචනා උත්තරපත්‍ර :

1. අයදුම්කරුවන් විසින් උත්තරපත්‍රයේ හිස්ව තබා ඇති පිටු හරහා රේඛාවක් ඇඳ කපා හරින්න. වැරදි හෝ නුසුදුසු පිළිතුරු යටින් ඉරි අඳින්න. ලකුණු දිය හැකි ස්ථානවල හරි ලකුණු යෙදීමෙන් එය පෙන්වන්න.

2. ලකුණු සටහන් කිරීමේදී ඕවර්ලන්ඩ් කඩදාසියේ දකුණු පස තීරය යොදා ගත යුතු වේ.

3. සෑම ප්‍රශ්නයකටම දෙන මුළු ලකුණු උත්තරපත්‍රයේ මුල් පිටුවේ ඇති අදාළ කොටුව තුළ ප්‍රශ්න අංකය ඉදිරියෙන් අංක දෙකකින් ලියා දක්වන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස් අනුව ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම කළ යුතුවේ. සියලු ම උත්තර ලකුණු කර ලකුණු මුල් පිටුවේ සටහන් කරන්න. ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දී ඇති උපදෙස්වලට පටහැනිව වැඩි ප්‍රශ්න ගණනකට පිළිතුරු ලියා ඇත්නම් අඩු ලකුණු සහිත පිළිතුරු කපා ඉවත් කරන්න.

4. පරීක්ෂාකාරීව මුළු ලකුණු ගණන එකතු කොට මුල් පිටුවේ නියමිත ස්ථානයේ ලියන්න. උත්තරපත්‍රයේ සෑම උත්තරයකටම දී ඇති ලකුණු ගණන උත්තරපත්‍රයේ පිටු පෙරළමින් නැවත එකතු කරන්න. එම ලකුණ ඔබ විසින් මුල් පිටුවේ එකතුව ලෙස සටහන් කර ඇති මුළු ලකුණට සමාන දැයි නැවත පරීක්ෂා කර බලන්න.

ලකුණු ලැයිස්තු සකස් කිරීම :

සියලු ම විෂයන්හි අවසාන ලකුණු ඇගයීම් මණ්ඩලය තුළදී ගණනය කරනු නොලැබේ. එබැවින් එක් එක් පත්‍රයට අදාළ අවසාන ලකුණු වෙන වෙනම ලකුණු ලැයිස්තුවලට ඇතුළත් කළ යුතු ය. I පත්‍රය සඳහා බහුවරණ පිළිතුරු පත්‍රයක් පමණක් ඇති විට ලකුණු ලැයිස්තුවට ලකුණු ඇතුළත් කිරීමෙන් පසු අකුරෙන් ලියන්න. අනෙකුත් උත්තරපත්‍ර සඳහා විස්තර ලකුණු ඇතුළත් කරන්න. 51 චිත්‍ර විෂයයේ I, II හා III පත්‍රවලට අදාළ ලකුණු වෙන වෙනම ලකුණු ලැයිස්තුවල ඇතුළත් කර අකුරෙන් ද ලිවිය යුතු වේ.

***

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය

07 - ගණිතය II (නව නිර්දේශය)

1. $a, b, c \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.

$$\begin{vmatrix} a & a & 2a+b+c \\ b & a+2b+c & b \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix} = -2(a+b+c)^3$$ බව පෙන්වන්න.

$$\begin{vmatrix} a & a & 2a+b+c \\ b & a+2b+c & b \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix} \xrightarrow{r_1 \to r_1+r_2+r_3} \begin{vmatrix} 2(a+b+c) & 2(a+b+c) & 2(a+b+c) \\ b & a+2b+c & b \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix}$$ (5)

$$2(a+b+c)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a+b+c & 0 \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix} \xleftarrow{r_2 \to r_2 - br_1} 2(a+b+c)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b & a+2b+c & b \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix}$$ (5) (5)

$$2(a+b+c)^2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ a+b+2c & c & c \end{vmatrix} \longrightarrow 2(a+b+c)^2\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a+b+2c & c \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3.$$ (5) (5)

25

---

2. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. **AB** හා **BC** සොයන්න.

A(BC) = (AB)C බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-1+0 & 2+2+0 \\ 0-1+1 & 0+2+0 \end{pmatrix}$$ (5)

$$= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$ (5)

$$BC = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+2 & 0+6 \\ 1+2 & 0+6 \\ -1+0 & 0+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$ (5)

දැන්, $A(BC) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 3 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ ---------------------- (1)

(5)

$(AB)C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ ---------------------- (2)

(1) හා (2) මගින්

$A(BC) = (AB)C.$ (5)

25

---

3. නිරීක්ෂණ 10 කින් සමන්විත කුලකයක, මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 5 හා 10 වේ. මෙම නිරීක්ෂණවල එකතුව හා වර්ගයන්ගේ එකතුව සොයන්න.
අගය 5 වන තවත් නිරීක්ෂණයක් මෙම කුලකයට ඇතුළත් කළේ නම්, මධ්‍යන්‍යයේ හා සම්මත අපගමනයේ නව අගයයන් සොයන්න.

$n = 10, \quad \mu = 5, \quad \sigma = 10.$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i = 5 \times 10 = 50$$ (5)

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{n} - \mu^2$$

$$100 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - 25.$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 100 \times 10 + 10 \times 25 = 1250.$$ (5)

$\sum_{i=1}^{10} x_i$ හි හා $\sum_{i=1}^{10} x_i^2$ හි නව අගයන් පිළිවෙළින් $(50+5)$ හා $(1250+5^2)$ වේ. (5)

නව මධ්‍යන්‍යය $\frac{55}{11} = 5.$ (5)

නව සම්මත අපගමනය $= \sqrt{\frac{1275 - 11 \times 25}{11}} = \sqrt{\frac{1000}{11}} = \sqrt{90.9}.$ (5)

25

---

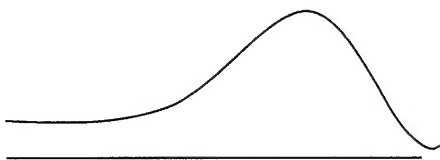
4. ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 28, 32 හා 5 වේ. කාල් පියර්සන්ගේ කුටිකතා සංගුණකය ගණනය කර ව්‍යාප්තියෙහි හැඩය විස්තර කරන්න.
මෙම ව්‍යාප්තිය සඳහා මධ්‍යන්‍යය, කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතාවයෙහි සාධාරණ මිනුමක් වේ ද? ඔබගේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

කාල් පියර්සන්ගේ කුටිකතා සංගුණකය

$$= \frac{3\ (\text{මධ්‍යන්‍යය} - \text{මධ්‍යස්ථය})}{\text{සම්මත අපගමනය}}$$ (5)

$$= \frac{3\,(28-32)}{5} = -2.4.$$ (5)

මෙම ව්‍යාප්තිය සෘණ ලෙස කුටික වේ.



මෙම ව්‍යාප්තියෙහි දත්තවලින් වැඩි ප්‍රමාණයක් ව්‍යාප්තියේ දකුණු කෙළවරට වඩා සමීපව පිහිටා ඇත. (5)

මධ්‍යන්‍යය කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතාවයෙහි සාධාරණ මිනුමක් නොවේ. (5)

එයට හේතුව වන්නේ මෙම ව්‍යාප්තිය සමමිතික ව්‍යාප්තියක් නොවීමයි. (5)

25

---

5. අධිවේගී මාර්ගයක එක්තරා කොටසක ගමන් ගන්නා මෝටර් රථවල වේගය, මධ්‍යන්‍යය 90 km h^{-1} ක් ද සම්මත අපගමනය 10 km h^{-1} ක් ද සහිතව ප්‍රමතව ව්‍යාප්තව ඇත. සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා මෝටර් රථයක වේගය 85 km h^{-1} හා 100 km h^{-1} අතර වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා මෝටර් රථයක වේගය නිරූපනය කරන සසම්භාවී විචල්‍ය X යැයි ගනිමු.

$X \sim N(90,10^2)$

$P(85 < X < 100)$ (5)

$= P\left(\frac{85-90}{10} < Z < \frac{100-90}{10}\right)$ (5)

$= P(-0.5 < Z < 1)$

$= P(Z < 1) - P(Z < -0.5)$ (5)

$= 0.8413 - 0.3085$ (5)

$= 0.5328$ (5)

25

---

6. යන්ත්‍රයකින් නිපදවනු ලබන ඇණවලින් 10% ක් දෝෂ සහිත බව පෙර වාර්තාවලින් සොයාගෙන ඇත. මෙම යන්ත්‍රයෙන් නිපදවනු ලබන ඇණ 5 ක් සසම්භාවීව තෝරාගනු ලැබුවහොත්,
(i) හරියටම ඇණ 3 ක් දෝෂ සහිත වීමේ,
(ii) ඇණ 2 කට වැඩි ගණනක් **දෝෂ රහිත** වීමේ,
සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) P (දෝෂ සහිත ඇනයක් ලැබීම) = 0.1.

ඇණ 5න් දෝෂ සහිත ඇණ ගණන X යැයි ගනිමු.

$X \sim B(5,\ 0.1)$

$P(X = 3) = {}^5C_3(0.1)^3(0.9)^2$ (5)

$= \frac{5!}{3!2!} \times 0.001 \times 0.81$

$= 10 \times 0.001 \times 0.81 = 0.0081$ (5)

10

(ii)

P (දෝෂ රහිත ඇනයක් ලැබීම) = 0.9

"2කට වැඩි ගණනක් දෝෂ රහිත වීම" යනු "වැඩි තරමින් 2ක් දෝෂ සහිත වීම" වේ.

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$ (5)

$$= {}^5C_0(0.1)^0(0.9)^5 + {}^5C_1(0.1)(0.9)^4 + {}^5C_2(0.1)^2(0.9)^3$$ (5)

$$= 0.59049 + 5 \times (0.1) \times 0.6561 + 10 \times (0.01) \times 0.729$$

$$= 0.99144$$ (5)

15

---

7. ක්‍රිකට් ක්‍රීඩකයන් 30 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායමකින්, 20 දෙනෙකු A ක්‍රීඩා සමාජයට ද, 15 දෙනෙකු B ක්‍රීඩා සමාජයට ද ක්‍රීඩා කර ඇත. සෑම ක්‍රීඩකයෙක්ම අඩු තරමින් මෙම එක් ක්‍රීඩා සමාජයකටවත් ක්‍රීඩා කර ඇත. සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද ක්‍රීඩකයෙක් A ක්‍රීඩා සමාජයට ක්‍රීඩා කර ඇති බව දී ඇති විට, ඔහු B ක්‍රීඩා සමාජයට ද ක්‍රීඩා කර තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

X යනු ක්‍රිකට් ක්‍රීඩකයෙකු A ක්‍රීඩා සමාජයට ක්‍රීඩාකර තිබීමේ සිද්ධියද Y යනු ක්‍රිකට් ක්‍රීඩකයෙකු B ක්‍රීඩා සමාජයට ක්‍රීඩාකර තිබීමේ සිද්ධියද යැයි ගනිමු.

$$P(X) = \frac{20}{30} \qquad P(Y) = \frac{15}{30}$$ (5)

$$P(X \cup Y) = \frac{30}{30}$$ (5)

$$P(X \cap Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cup Y)$$ (5)

$$= \frac{20}{30} + \frac{15}{30} - \frac{30}{30}$$

$$= \frac{1}{6}$$ (5)

$$P(Y|X) = \frac{P(X \cap Y)}{P(X)} = \frac{1/6}{2/3} = \frac{1}{4}$$ (5)

25

---

8. A හා B යනු $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ හා $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ වන පරිදි වූ S නියැදි අවකාශයක සිද්ධීන් දෙකක් යැයි ගනිමු.
(i) $P(B)$, (ii) $P(A' \cap B)$ හා (iii) $P(A'|B)$ සොයන්න.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$ (5)

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6-3+1}{8} = \frac{1}{2}$$ (5)

$$P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$ (5)

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4-1}{8} = \frac{3}{8}$$ (5)

$$P(A' | B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{3/8}{1/2} = \frac{3}{4}$$ (5)

25

---

9. X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය පහත දී ඇත:

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	p	$2p$	p	$2p$	p

p නියතයෙහි අගය සොයා, $E(X)=3$ බව පෙන්වන්න.
Y යනු $3X-4$ මගින් දෙනු ලබන සසම්භාවී විචල්‍යය යැයි ගනිමු. $P(Y>X)$ සොයන්න.

$\sum P(X=x)=1$ (5)

$\therefore p+2p+p+2p+p=1$

$\therefore p=\frac{1}{7}.$ (5)

$E(X)=\sum xP(X=x)$ (5)

$=1\times p+2\times 2p+3\times p+4\times 2p+5\times p$

$=21\times\frac{1}{7}=3.$ (5)

$Y=3X-4$ බැවින් $P(Y>X)=P(X>2)$

$=1-P(X=1)-P(X=2)$

$=1-\frac{1}{7}-\frac{2}{7}=\frac{4}{7}$ (5)

25

10. X යනු සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයකට

$$f(x)=\begin{cases} kx-x^2 & , \quad 0\le x\le 1 \text{ නම්,} \\ 0 & , \quad \text{එසේ නොවන විට,} \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබන $f(x)$ සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය ඇත; මෙහි k යනු නියතයකි.

$k=\frac{8}{3}$ බව පෙන්වා, $E(X)$ සොයන්න.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$$

(5)

$$\therefore \int_{-\infty}^{0} 0dx+\int_{0}^{1}(kx-x^2)dx+\int_{1}^{\infty}0dx=1$$ (5)

$$\therefore \left[\frac{kx^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_0^1=1$$

එම නිසා $\frac{k}{2}-\frac{1}{3}-0=1$ හා එබැවින්

$$k=\frac{8}{3}.$$ (5)

$$E(X)=\int_0^1 xf(x)dx$$

(5)

$$=\int_0^1 (kx^2-x^3)dx$$

$$=\left[\frac{kx^3}{3}-\frac{x^4}{4}\right]_0^1$$

$$=\frac{8}{9}-\frac{1}{4}=\frac{23}{36}.$$ (5)

25

B කොටස

11. එක් කර්මාන්ත ශාලාවක මේස හා පුටු නිෂ්පාදනය කරයි. එක් එක් අයිතමය නිෂ්පාදනය සඳහා කැපීම, එකලස් කිරීම හා නිම කිරීම යන ක්‍රියාවලි තුන අවශ්‍ය වේ.

කැපීම, එකලස් කිරීම හා නිම කිරීම සඳහා භාවිත කළ හැකි උපරිම පැය ගණන පිළිවෙළින් 600, 160 හා 280 ක් වේ. අයිතම එක එකක් නිෂ්පාදනයේ දී එක් එක් ක්‍රියාවලිය සඳහා අවශ්‍ය පැය ගණන හා එක් අයිතමයක් විකිණීමෙන් ලැබෙන ලාභය පහත වගුවෙන් දෙනු ලැබේ.

	කැපීම සඳහා පැය ගණන	එකලස් කිරීම සඳහා පැය ගණන	නිම කිරීම සඳහා පැය ගණන	ලාභය (රුපියල් දාහේ ඒවා වලින්)
මේස	5	1	1	12
පුටු	6	2	4	15

ලාභය උපරිම කර ගැනීමට කර්මාන්ත ශාලාව බලාපොරොත්තු වේ.

(i) මෙය රේඛීය ප්‍රක්‍රමණ ගැටලුවක් ලෙස සූත්‍රගත කරන්න.

(ii) ශක්‍යතා පෙදෙසෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(iii) ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය භාවිතයෙන්, ඉහත (i) කොටසෙහි සූත්‍රගත කරන ලද ගැටලුවෙහි විසඳුම සොයන්න.

(iv) ගබඩා ඉඩකඩ හිඟය නිසා නිෂ්පාදනය කරනු ලබන මුළු මේස හා පුටු ගණන වැඩිතරමින් 108 කට සීමා කිරීමට කර්මාන්ත ශාලාවට සිදු වී තිබේ. කර්මාන්ත ශාලාව තවදුරටත් ලාභය උපරිම කිරීමට බලාපොරොත්තු වෙයි නම්, ඉහත සීමා කිරීම නිසා සිදුවන ලාභයෙහි අඩුවීම සොයන්න.

(i) නිෂ්පාදනය කල යුතු මේස ගණන x යැයිද නිෂ්පාදනය කලයුතු පුටු ගණන y යැයිද ගනිමු.

ඒකජ ප්‍රක්‍රමණ ගැටලුව:

පහත දැක්වෙන තත්වයන්ට යටත්ව;

$5x+6y \le 600,$ (10)

$x+2y \le 160,$ (10)

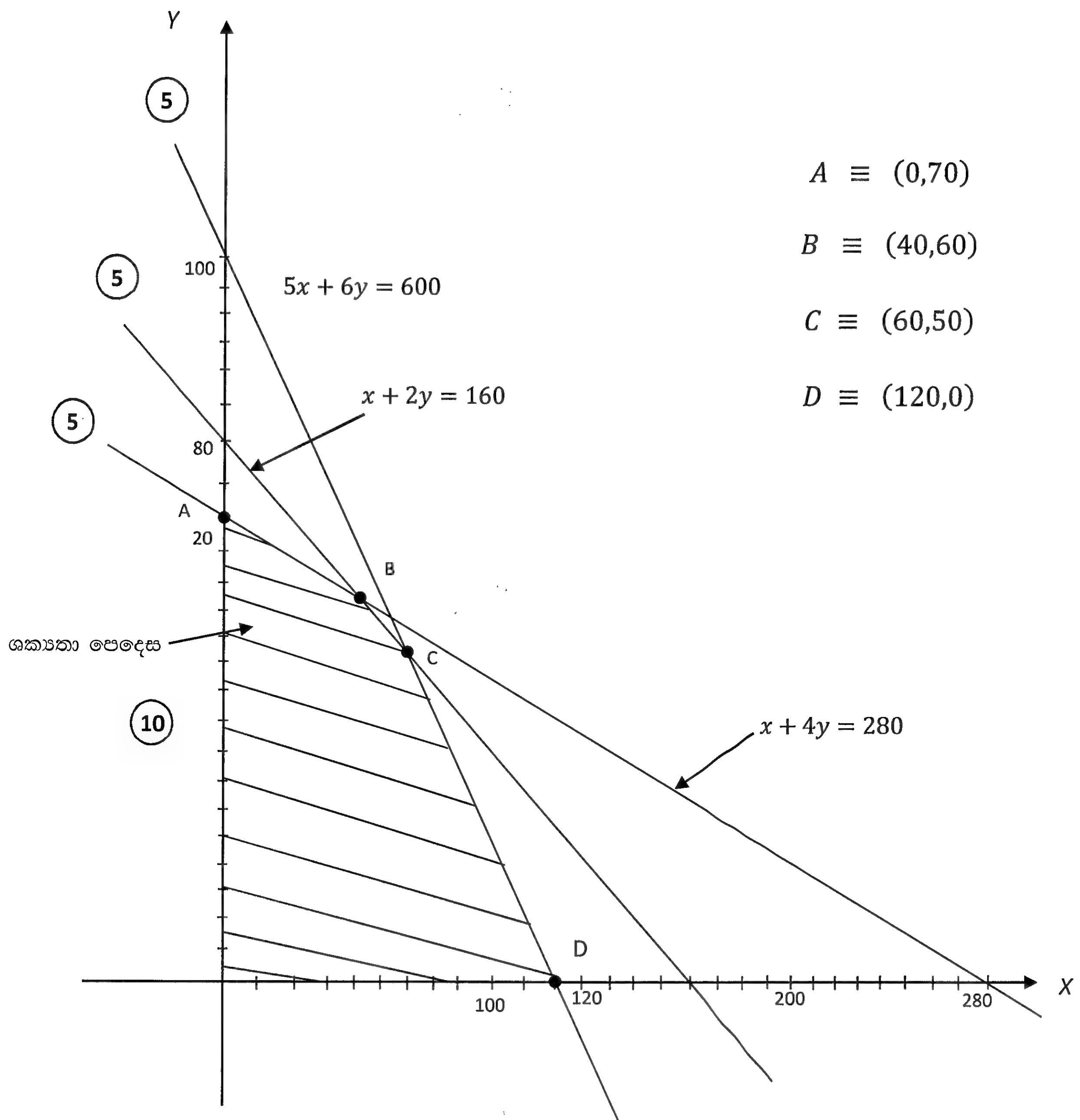
$x+4y \le 280,$ (10)

$x \ge 0 ,\ y \ge 0.$ (10)

$z=12x+15y$ උපරිම කල යුතුව ඇත. (10)

50

(ii)


Y
5
5
5
10
100
80
A
20
B
C
D
ශක්‍යතා පෙදෙස
$5x + 6y = 600$
$x + 2y = 160$
$x + 4y = 280$
$A \equiv (0,70)$
$B \equiv (40,60)$
$C \equiv (60,50)$
$D \equiv (120,0)$
100
120
200
280
X

25

(iii)

ලක්ෂ්‍යය	$z=12x+15y$ හි අගය
$A \equiv (0,70)$	$12\times 0+15\times 70 = 1050$
$B \equiv (40,60)$	$12\times 40+15\times 60 = 1380$
$C \equiv (60,50)$	$12\times 60+15\times 50 = 1470$
$D \equiv (120,0)$	$12\times 120+15\times 0 = 1440$

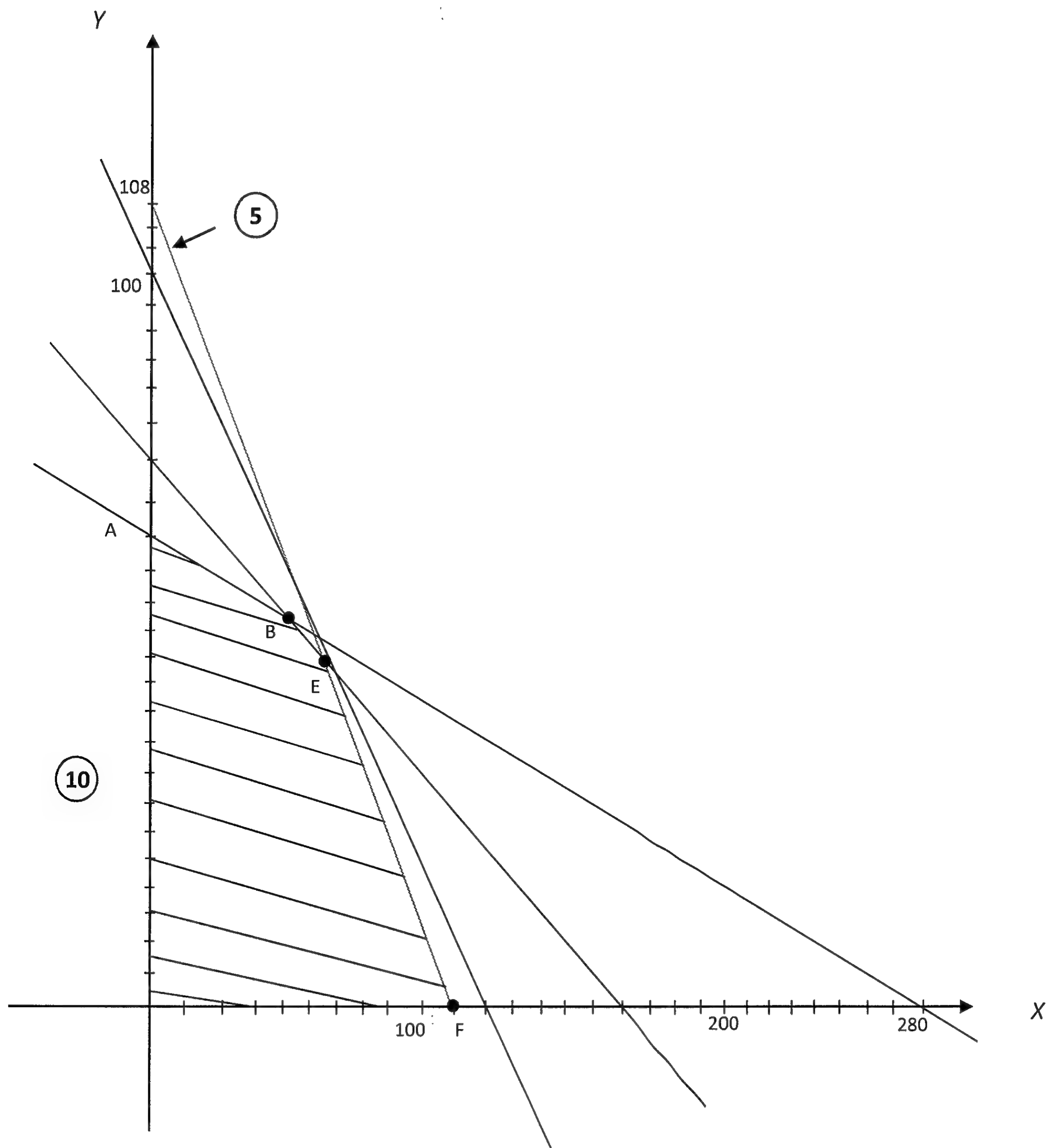
(20)

උපරිම $z=1470$ හා එය $C \equiv (60,50)$ හිදී ලැබෙයි. (5)

ලාභය උපරිම කිරීම සඳහා කර්මාන්ත ශාලාව මේස 60ක් හා පුටු 50ක් නිෂ්පාදනය කල යුතුය. (10)

35

(iv) $x + y \leq 108$ යන නව තත්වය සමග ශක්‍යතා පෙදෙස පහත දැක් වේ:



Point	The value of z
$A \equiv (0,70)$	1050
$B \equiv (40,60)$	1380
$E \equiv (56,52)$	1452
$F \equiv (108,0)$	1296

15

උපරිම $z = 1452$ හා එය $E \equiv (56, 52)$ ලක්ෂයේ දී ලැබෙයි. (5)

$\therefore$ ලාභයෙහි අඩුවීම = 1470 - 1452 = 18 රුපියල් දාහේ ඒවා වලින්. (5)

40

---

12. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. $\mathbf{A}^{-1}$ ලියා දක්වන්න.

$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$\mathbf{AC} = \mathbf{B}$ වන පරිදි $\mathbf{C}$ න්‍යාසය සොයා,

$\mathbf{AC} - \mathbf{CA} = \begin{pmatrix} 20 & 43 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$ බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{AC} - \mathbf{DA} = \mathbf{O}$ වන පරිදි $\mathbf{D}$ න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි $\mathbf{O}$ යනු ගණය 2 වන ශූන්‍ය න්‍යාසය වේ.

(*b*) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.

$$(a-5)x + 3y = a$$
$$-4x + (a+2)y = 1$$

යන **සමගාමී** සමීකරණ යුගලය $\mathbf{PX} = \mathbf{Q}$ ආකාරයෙන් ලියන්න; මෙහි $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ද, $\mathbf{P}$ හා $\mathbf{Q}$ යනු නිර්ණය කළ යුතු න්‍යාස ද වේ.

$\Delta = \begin{vmatrix} (a-5) & 3 \\ -4 & (a+2) \end{vmatrix}$ යන්න a හි වර්ගජ ශ්‍රිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

$\Delta = 0$ සමීකරණයේ මූල $a = 1$ හා $a = 2$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණ යුගලයට

(i) $a = 1$ විට විසඳුම් අපරිමිත සංඛ්‍යාවක් ඇති බවත්,

(ii) $a = 2$ විට විසඳුම් නොමැති බවත්,

(iii) $a = 3$ විට අනන්‍ය විසඳුමක් ඇති බවත්

පෙන්වන්න.

(a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ බැවින් $A^{-1} = \frac{1}{(-8+7)} \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$. (10)

දැන්, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

දැන් $AC = B$ වන පරිදි වූ C න්‍යාසය $C = A^{-1} B$ මගින් දෙනු ලැබේ. (10)

$\therefore\ C = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (5)

$= \begin{pmatrix} -2 & 13 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$. (10)

මීලඟට, $AC - CA = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 13 \\ 1 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 13 \\ 1 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

(5) (5)

$= \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -21 & -40 \\ 11 & 21 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 20 & 43 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$. (10)

$AC - DA = 0$ වන පරිදි වූ D න්‍යාසය $B - DA = 0$ මගින් දෙනු ලැබේ. (5)

$\therefore DA = B$ හා එබැවින් $D = BA^{-1}$.

(10)

$\therefore D = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ (5)

$= \begin{pmatrix} -5 & -19 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$. (10)

85

(b)

$(a - 5)\,x + 3y = a$

$-4x + (a+2)y = 1$

යන සමගාමී සමීකරණ යුගලය

$\begin{pmatrix} a-5 & 3 \\ -4 & a+2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$ යන්නට තුලනය වේ. (10)

මෙය $\mathbf{PX} = \mathbf{Q}$ ආකාරයෙන් වේ; මෙහි $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} a-5 & 3 \\ -4 & a+2 \end{pmatrix}$ හා $Q = \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$ වේ. (5)

(5)

දැන්, $\Delta = \begin{vmatrix} (a-5) & 3 \\ -4 & (a+2) \end{vmatrix} = (a-5)(a+2)+12$ (5)

$= a^2 - 3a + 2.$ (5)

$\Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 - 3a + 2 = 0$ (5)

$\Leftrightarrow (a-2)(a-1) = 0$

$\Leftrightarrow a = 2 \text{ or } a = 1.$

එම නිසා $\Delta = 0$ හි මූල $a = 2$ හා $a = 1$ වේ. (5)

40

(i) $a = 1$:

මෙම අවස්ථාවේදී, සමීකරණ යුගලය

$-4x + 3y = 1$ බවට පත් වේ. (5)

විසඳුම් $x = t,\ y = \frac{1}{3}(1+4t)$ මගින් දෙනු ලබයි; මෙහි $t \in \mathbb{R}$. (5)

$\therefore$ සමීකරණය යුගලයට අපරිමිත විසඳුම් ඇත.

(ii) $a = 2$:

මෙම අවස්ථාවේදී, සමීකරණ යුගලය

$$\left.\begin{array}{l}-3x+3y=2\\-4x+4y=1\end{array}\right\}$$ බවට පත් වේ.

මෙයින්

$$\left.\begin{array}{l}-x+y=\frac{2}{3}\\-x+y=\frac{1}{4}\end{array}\right\}$$ ලැබෙන බැවින් සමීකරණ යුගලයට විසඳුම් නොමැත. (5)

(iii) $a = 3$:

මෙම අවස්ථාවේදී, සමීකරණ යුගලය

$$\left.\begin{array}{l}-2x+3y=3\\-4x+5y=1\end{array}\right\}$$ බවට පත් වන අතර, එනයින් (5)

$x = 6$ හා $y = 5$ වේ. (5)

සමීකරණ යුගලයට අනන්‍ය විසඳුමක් ඇත.

25

---

13. (*a*) මුහුණත්වල 1, 2, 2, 3, 3, 4 ලකුණු කළ නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. A යනු ලැබුන සංඛ්‍යාවල එකතුව 4 වන සිද්ධිය ද B යනු ලැබුන සංඛ්‍යාවල එකතුව ඉරට්ටේ වන සිද්ධිය ද යැයි ගනිමු. $P(A), P(B)$ හා $P(A \mid B)$ සොයන්න.

(*b*) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ යන සංඛ්‍යාංක කුලකයෙන් සංඛ්‍යාංක 4 ක් ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව තෝරා ගෙන සංඛ්‍යාංක 4 ක සංඛ්‍යාවක් සාදනු ලැබේ.

(i) සංඛ්‍යාංක 4 කින් යුත් වෙනස් සංඛ්‍යා කීයක් සෑදිය හැකි ද?

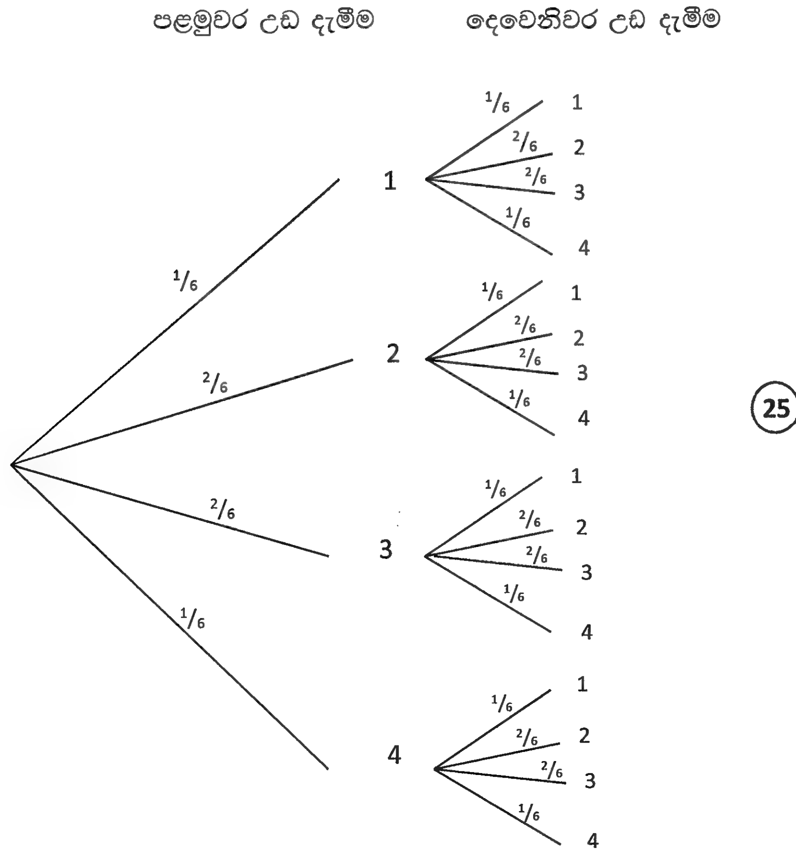
(ii) මෙම සංඛ්‍යාංක 4 කින් යුත් සංඛ්‍යා අතරින් සංඛ්‍යා කීයක් 3 න් හෝ 5 න් ආරම්භ වේ ද?

(*c*) පිරිමි හතරදෙනෙකු හා ගැහැණු දෙදෙනෙකුගෙන් යුත් සමූහයකින්, හතරදෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරා ගත යුතුව ඇත.

(i) හතරදෙනෙකුගෙන් යුත් වෙනස් කණ්ඩායම් කීයක් තෝරා ගත හැකි ද?

(ii) මෙම කණ්ඩායම්වලට ගැහැණු දෙදෙනාවම තෝරාගනු ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ලැබුන සංඛ්‍යාවල එකතුව 4 ට සමාන වීමේ සංසිද්ධිය A යැයිද, ලැබුන සංඛ්‍යාවල එකතුව ඉරට්ටේ වීමේ සිද්ධිය B යැයිද ගනිමු.



(25)

$$P(A)=\left(\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}\right)+\left(\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\right)+\left(\frac{2}{6}\times\frac{1}{6}\right)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$ (5)

$$P(B)=+\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}\right)+\left(\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\right)+\left(\frac{2}{6}\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{2}{6}\times\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\right)$$ (20)

$$=\frac{1}{36}+\frac{2}{36}+\frac{4}{36}+\frac{2}{36}+\frac{2}{36}+\frac{4}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36}$$

$$=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}.$$ (5)

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{5/18}{1/2}=\frac{5}{9}$$ (5)

(5) (10)

75

(b) (i) අවශ්‍ය පිළිතුර $= {}^6P_4 = \frac{6!}{2!} = 6\times5\times4\times3 = 360.$ (5)

(10)

15

(ii) අවසාන සංඛ්‍යාංක 3 සෑදිය හැකි ආකාර ගණන $= {}^5P_3 = \frac{5!}{2!} = 5\times4\times3 = 60.$ (10)

$\therefore$ 3න් හෝ 5න් ආරම්භ වන සංඛ්‍යාංක 4කින් යුත් සංඛ්‍යා ගණන $= 2\times60 = 120.$ (10)

20

(c) (i) 6 දෙනෙකු අතුරෙන් 4 දෙනෙකුගෙන් යුත් තෝරා ගත හැකි වෙනස් කණ්ඩායම් ගණන

$$= {}^6C_4 = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$$ (5)

(10)

15

(ii) ගැහැණු දෙදෙනාවම තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන = 1.

පිරිමි හතරදෙනා අතුරෙන් දෙදෙනෙකු තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන

$$= {}^4C_2 = \frac{4!}{2!2!} = 6.$$ (10)

(5)

$\therefore$ ගැහැණු දෙදෙනාවම තෝරා ගත හැකි හතර දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායම් ගණන = 6.

$\therefore$ ගැහැණු දෙදෙනාවම තෝරා ගනු ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{6}{15} = \frac{2}{5}.$ (10)

25

---

14. X පෙට්ටියක රතු පාට කාඩ් 4 ක් හා නිල් පාට කාඩ් 6 ක් අඩංගු වේ. Y පෙට්ටියක රතු පාට කාඩ් 3 ක් හා නිල් පාට කාඩ් 2 ක් අඩංගු වේ. හිස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{2}{3}$ ක් වන නැඹුරු කාසියක් උඩ දමනු ලැබේ. එවිට හිස ලැබේ නම් සසම්භාවීව ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව X පෙට්ටියෙන් කාඩ් 2 ක් ද, අගය ලැබේ නම් Y පෙට්ටියෙන් සසම්භාවීව ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව කාඩ් 2 ක් ද ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ගන්නා ලද කාඩ් දෙකම රතු පාට ඒවා වීමේ,

(ii) ගන්නා ලද කාඩ්වලින් අඩු තරමින් එකක්වත් රතු පාට එකක් වීමේ,

(iii) ගන්නා ලද කාඩ් දෙක වෙනස් වර්ණවල ඒවා වීමේ,

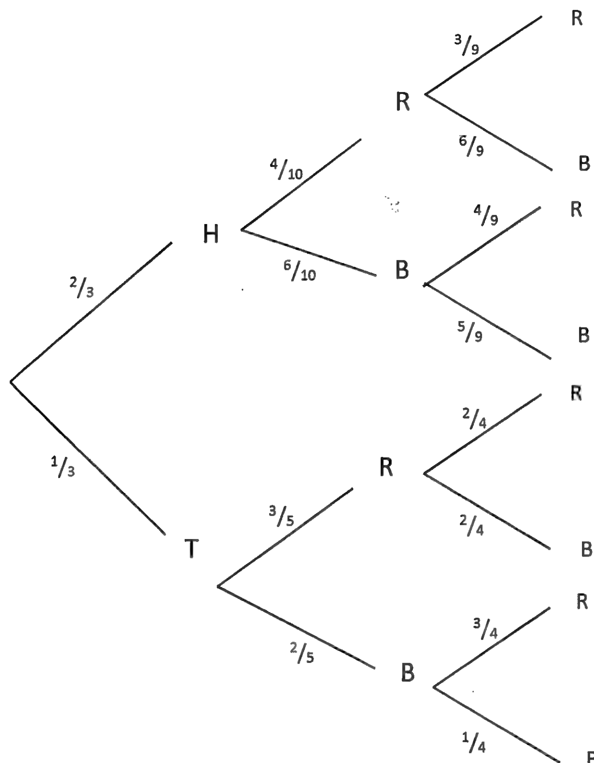
(iv) ගන්නා ලද කාඩ්වලින් අඩු තරමින් එකක්වත් රතු පාට බව දී ඇති විට, ගන්නා ලද කාඩ් දෙක වෙනස් වර්ණවල ඒවා වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) H යනු හිස ලැබීමේ සිද්ධියද T යනු අගය ලැබීමේ සිද්ධියද යැයි ගනිමු.

තවද R යනු රතු පාට කාඩ් එකක් ගැනීමේ සිද්ධියද, B යනු නිල් පාට කාඩ් එකක් ගැනීමේ සිද්ධියද යැයි ගනිමු.

$P(H)=\dfrac{2}{3}$ බැවින් $P(T)=\dfrac{1}{3}$.　(10)



(20)

P (රතු පාට කාඩ් 2ක් ගැනීම) $=\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\frac{4}{\cancel{10}_5}\times\frac{\cancel{3}}{9}\right)+\left(\frac{1}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{5}\times\frac{2}{4}\right)$ (15)

$=\frac{4}{45}+\frac{2}{20}$

$=\frac{17}{90}.$ (10)

55

(ii) P (අඩු තරමින් එකක්වත් රතු පාට එකක් වීම)

$=\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{4}{\cancel{10}_5}\right)\left(\frac{\cancel{3}}{9}\right)+\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{4}{\cancel{10}_5}\right)\left(\frac{\cancel{6}^2}{9}\right)+\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{\cancel{6}^2}{\cancel{10}_5}\right)\left(\frac{4}{9}\right)+\left(\frac{1}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{\cancel{3}}{5}\right)\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{4}_2}\right)+\left(\frac{1}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{\cancel{3}}{5}\right)\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{4}_2}\right)+\left(\frac{1}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{\cancel{2}}{5}\right)\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}_2}\right)$ (5)

(30)

$=\frac{4}{45}+\frac{8}{45}+\frac{8}{45}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$ (5)

$=\frac{20}{45}+\frac{3}{10}=\frac{\cancel{335}^{67}}{\cancel{450}_{90}}=\frac{67}{90}.$ (5)

45

(iii) P (වෙනස් වර්ණ වල කාඩ් දෙකක් ගැනීම)

$=\left(\frac{\cancel{2}}{3}\right)\left(\frac{4}{\cancel{10}_5}\right)\left(\frac{\cancel{6}^2}{9}\right)+\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{\cancel{6}^2}{\cancel{10}_5}\right)\left(\frac{4}{9}\right)+\left(\frac{1}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{\cancel{3}}{5}\right)\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{4}_2}\right)+\left(\frac{1}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{\cancel{2}}{5}\right)\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}_2}\right)$ (20)

$=\frac{8}{45}+\frac{8}{45}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\quad=\frac{25}{45}.$ (10)

30

(iv). A - අඩු තරමින් එකක් වත් රතු පාට එකක් වීම.

C- වෙනස් වර්ණවල කාඩ් දෙකක් ගැනීම.

$A \cap C = C$ (5)

$$P(C|A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{P(C)}{P(A)} = \frac{25/45}{67/90} = \frac{50}{67}.$$ (5)

(5) (5)

20

<u>විකල්ප ක්‍රමවේදයකි.</u>

(i) H යනු හිස ලැබීමේ සිද්ධියද T යනු අගය ලැබීමේ සිද්ධියද යැයි ගනිමු.

$P(H) = \frac{2}{3}$ සහ $P(T) = \frac{1}{2}$ (10)

P (රතු පාට කාඩ් දෙකක් ගැනීම)

$= P$ (X පෙට්ටියෙන් රතු පාට කාඩ් දෙකක් ගැනීම)

$+ P$ (Y පෙට්ටියෙන් රතු පාට කාඩ් දෙකක් ගැනිම) (10)

(10)

$$= \frac{2}{3} \times \frac{{}^4C_2}{{}^{10}C_2} + \frac{1}{3} \times \frac{{}^3C_2}{{}^5C_2}$$ (10)

$$= \frac{2}{3} \times \frac{6^2}{45} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} = \frac{17}{90}.$$ (5)

(5) (5)

55

(ii) P (අඩු කරමින් රතු පාට කාඩ් 1ක් ගැනීම)

= P (X පෙට්ටියෙන් රතු පාට කාඩ් 2ක් ගැනීම)
+ P (X පෙට්ටියෙන් රතු පාට කාඩ් 1ක් හා නිල්පාට කාඩ් 1ක් ගැනීම) (10)
+ P (Y පෙට්ටියෙන් රතු පාට කාඩ් 2ක් ගැනීම)
+ P (Y පෙට්ටියෙන් රතු පාට කාඩ් 1ක් හා නිල් පාට කාඩ් 1ක් ගැනීම)

(5) (5) (5) (5)

$$=\frac{2}{3}\times\frac{{}^4C_2}{{}^{10}C_2}+\frac{2}{3}\times\frac{{}^4C_1\times{}^6C_1}{{}^{10}C_2}+\frac{1}{3}\times\frac{{}^3C_2}{{}^5C_2}+\frac{1}{3}\frac{{}^3C_1\times{}^2C_1}{{}^5C_2}$$

$$=\frac{2}{3}\times\frac{6^{2}}{45}+\frac{2}{3}\times\frac{4\times 6^{2}}{45}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{10}+\frac{1}{3}\times\frac{3\times 2}{10}$$ (10)

$$\frac{4}{45}+\frac{16}{45}+\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{67}{90}.$$ (5)

45

(iii) P (වෙනස් වර්ණවල කාඩ් දෙකක් ගැනිම)

= P (X පෙට්ටියෙන්, රතු පාට කාඩ් 1ක් හා නිල් පාට කාඩ් 1ක් ගැනීම) (10)
+ P (Y පෙට්ටියෙන්, රතු පාට කාඩ් 1ක් හා නිල් පාට කාඩ් 1ක් ගැනීම)

(5) (5)

$$\frac{2}{3}\times\frac{{}^4C_1\times{}^6C_1}{{}^{10}C_2}+\frac{1}{3}\frac{{}^3C_1\times{}^2C_1}{{}^5C_2}$$

$$=\frac{2}{3}\times\frac{4\times 6}{45}+\frac{1}{3}\times\frac{3\times 2}{10} \qquad =\frac{16}{45}+\frac{2}{20}=\frac{25}{45}$$ (10)

30

(iv) ඉහත පරිදිම වේ.

20

---

15. (a) එක්තරා බස් නැවතුම්පොළකට බස් රථවල අනුයාත පැමිණීම් අතර මිනිත්තු වලින් මනින ලද, කාලය X යන්න

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & , \quad x>0 \\ 0 & , \quad \text{එසේ නොවන විට}\end{cases}$$

සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය සහිතව ඝාතීයව ව්‍යාප්තව ඇත; මෙහි $\lambda\ (>0)$ පරාමිතියක් වේ.

බස් නැවතුම්පොළට පැයකට පැමිණෙන බස් රථ ගණනෙහි මධ්‍යනය‍ය 12 ක් නම්, λ හි අගය සොයන්න.

(i) බස් නැවතුම්පොළට බස් රථයක් පැමිණි පසු ඊළඟ බස් රථය පැමිණීමට ගනු ලබන කාලය

(α) මිනිත්තු එකකුත් මිනිත්තු තුනකුත් අතර,

(β) මිනිත්තු පහකට අඩු,

වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) බස් රථයක් බස් නැවතුම්පොළට පැමිණ දැනටමත් මිනිත්තු පහක් ගත වී ඇති බව දී ඇත්නම්, ඊළඟ බස් රථය පැමිණීමට අඩු තරමින් අමතර මිනිත්තු දෙකක් ගතවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

මිනිත්තු 60 කට බස් 12 යි.

බස් අතර මධ්‍යනය කාලය $=\dfrac{60}{12}=5.$ (5)

$\therefore \lambda=\dfrac{1}{5}=0.2$ (5)

10

(i) (a) බස් අතර කාලය X යැයි ගනිමු.

$$P(1<X<3)=\int_1^3 \lambda e^{-\lambda x}dx$$ (5)

(5)

$$=\left.\frac{\lambda e^{-\lambda x}}{-\lambda}\right|_1^3$$ (5)

$$=\left.-e^{-\lambda x}\right|_1^3$$

$$=-e^{-3\lambda}+e^{-\lambda}=-e^{-0.2}-e^{-0.6}$$ (10)

25

(β) $P(X<5)=\int_{-\infty}^{5}\lambda e^{-\lambda x}dx$ (5)

(5)

$=\int_{-\infty}^{5}\lambda e^{-\lambda x}dx=-e^{-\lambda x}\Big|_{0}^{5}$ (5)

$=1-\frac{1}{e}$ (5)

20

---

(5) (5)

(ii) $P(X>5+2|X>5)$ $\frac{20}{d}=\frac{20}{20-d}\Rightarrow 40-20d=20d$

$=\frac{P(X>7)}{P(X>5)}$ (5)

$P(X>7)=1-P(X\le 7)=1-\int_{o}^{7}\lambda e^{-\lambda x}dx$

(5) (5)

(5) $=1-\left[-e^{-\lambda x}\right]_0^7=1+\left[e^{-\lambda x}\right]_0^7$

$=1+\left[-e^{-\lambda x}-1\right]=e^{-1.4}$ (10)

$\therefore P(X>5+2|X>5)=\frac{e^{-1.4}}{1-(1-\frac{1}{e})}=\frac{e}{e^{1.4}}$

$=\frac{1}{e^{0.4}}$ (10)

50

(b) $[a, b]$ ප්‍රාන්තරය තුළ X නම් සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යය ඒකාකාරව ව්‍යාප්තව ඇත.
$P(X < 16) = 0.4$ හා $P(X > 21) = 0.2$ වන පරිදි a හා b හි අගයන් සොයන්න.

(b)

$X \sim [a, b]$ මත ඒකාකාරව

$a \le x \le b$ සඳහා, $f(x) = \frac{1}{b-a}$ වේ. (5)

$P(X < 16) = \int_a^{16} f(x) = \int_a^{16} \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a}[x]_a^{16}$ (5)

(5)

$= \frac{16 - a}{6 - a}$ (5)

$P(X < 16) = 0.4$ බව දී ඇත.

$\therefore \frac{16-a}{b-a} = 0.4 \Rightarrow 16 - a = 0.4b - 0.4a.$

$\therefore 0.6a + 0.4b = 16$ ———— (1)

(5)

$P(X > 21) = \int_{21}^{b} \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} \quad (b-21)$ (5)

$P(X > 21) = 0.2$ බව දී ඇත.

$\therefore \frac{b-21}{b-a} = 0.2 \Rightarrow b - 21 = 0.2b - 0.2a.$

(5)

$\therefore 0.2a + 0.8b = 21$ ———— (2)

(1) හා (2) න් $a = 11$ හා $b = 23.5$.

(5) (5)

45

16. සිසුන් සියදෙනෙකු ඇතුළත් වීමේ පරීක්ෂණයකට මුහුණ දුන්හ. ඔවුන් ලබාගන්නා ලද ලකුණුවල සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙන් දී ඇත:

ලකුණු	සංඛ්‍යාතය
0 – 20	15
20 – 40	20
40 – 60	40
60 – 80	15
80 – 100	10

(i) පහත එක එකක් නිමානය කරන්න:

ලකුණුවල

(a) මධ්‍යන්‍යය,

(b) සම්මත අපගමනය,

(c) මධ්‍යස්ථය,

(d) අන්තර් චතුර්ථක පරාසය හා

(e) මාතය.

(ii) නැවත සමීක්ෂණයෙන් පසු, උත්තර පත්‍ර දෙකක ලකුණු පහත දැක්වෙන පරිදි වෙනස් විය යුතු බව සොයාගන්නා ලදී.

නැවත සමීක්ෂණයට පෙර ලකුණු	නැවත සමීක්ෂණයට පසු ලකුණු
50	62
70	75

නව ලකුණු ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

(a)

ලකුණු	මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය x_i	සංඛ්‍යාතය f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0 - 20	10	15	150	1500
20 - 40	30	20	600	18000
40 - 60	50	40	2000	100000
60 - 80	70	15	1050	73500
80 - 100	90	10	900	81000
එකතුව		100	4700	274,000
	(5)		(5)	(10)

(5) (5)

මධ්‍යන්‍යය $= \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{4700}{100} = 47$ (5)

35

(b) $\sigma^2 = \dfrac{1}{\sum f_i}\left(\sum f_i x^2 - \sum f_i\left(\dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right)^2\right)$ (5)

$= \dfrac{1}{100}(274,000 - 100 \times 47^2)$ (5)

$= \dfrac{53,100}{100} = 531$ (5)

$\sigma = \sqrt{531}$ (5)

20

(c)

$\dfrac{m-40}{60-40} = \dfrac{50-35}{75-35}$; මෙහි m යනු මධ්‍යස්ථය වේ. (10)

(10)

$m = \left(\dfrac{15}{\not{4}0_2}\right) \times \not{2}0 + 40 = 7.5 + 40 = 47.5$

20

(d) ℓ_1 යනු යටත් චතුර්තකයද, ℓ_2 යනු උඩත් චතුර්තකයද යැයි ගනිමු.

(10)

$\dfrac{\ell_1 - 20}{40 - 20} = \dfrac{25 - 15}{35 - 15}$

$\ell_1 = \dfrac{10}{20} \times 20 + 20 = 30$ (5)

ℓ_2 යනු 75 වන නිරීක්ෂණය වේ.

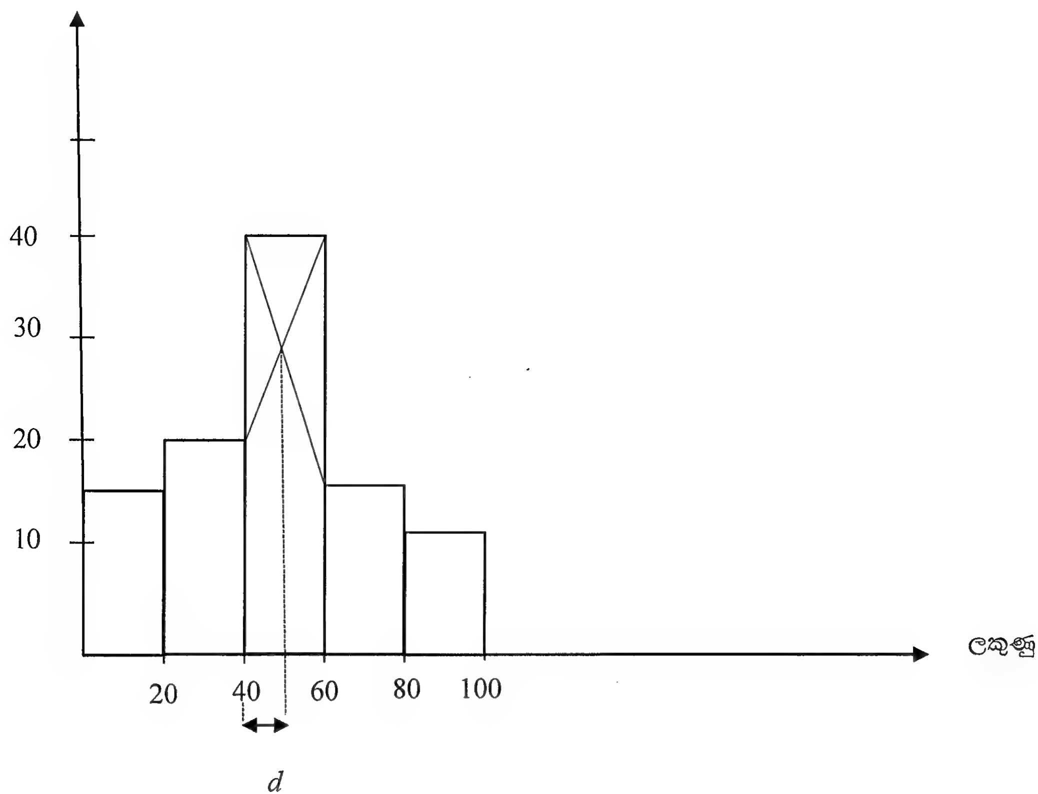
$\therefore \ell_2 = 60$ (5)

අන්තර් චතුර්ථක පරාසය $= \ell_1 - \ell_2 = 60 - 30 = 30$ (5) (5)

30

(e)

මාත පංතිය 40 - 60 වේ. (5)



$$\frac{20}{d} = \frac{20}{20-d} \Rightarrow 40 - 20d = 20d$$ (10)

$\therefore\ d = 1$ (5)

$\therefore$ මාතය $= 40 + d = 41$ (5)

25

(5) (5)

ලකුණු	මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය x_i	සංඛ්‍යාතය f_i	$f_i x_i$
0 - 20	10	15	150
20 - 40	30	20	600
40 - 60	50	39	1950
60 - 80	70	16	1120
80 - 100	90	10	900
එකතුව		100	4720

නව මධ්‍යන්‍යය $= \frac{4720}{100} = 47.2$ (10)

20

---

17. ව්‍යාපෘතියක ක්‍රියාකාරකම් සඳහා ගතවන කාලය හා ක්‍රියාකාරකම්වල ගැළීම පහත වගුවෙන් දී ඇත:

ක්‍රියාකාරකම	පූර්ව ක්‍රියාකාරකම (ක්‍රියාකාරකම්)	කාලය (සති වලින්)
A	–	03
B	A	08
C	A	05
D	A	03
E	B	06
F	C	03
G	E, F	04
H	D, F	06
I	G, H	03

(i) ව්‍යාපෘති ජාලය ගොඩ නගන්න.

(ii) එක් එක් ක්‍රියාකාරකම සඳහා ආරම්භ කළ හැකි ඉක්මන්ම වේලාව, අවසන් කළ හැකි ඉක්මන්ම වේලාව, ආරම්භ කළ හැකි ප්‍රමාදම වේලාව, අවසන් කළ හැකි ප්‍රමාදම වේලාව හා ඉපිලුම ඇතුළත් කාර්ය සටහනක් සකස් කරන්න.

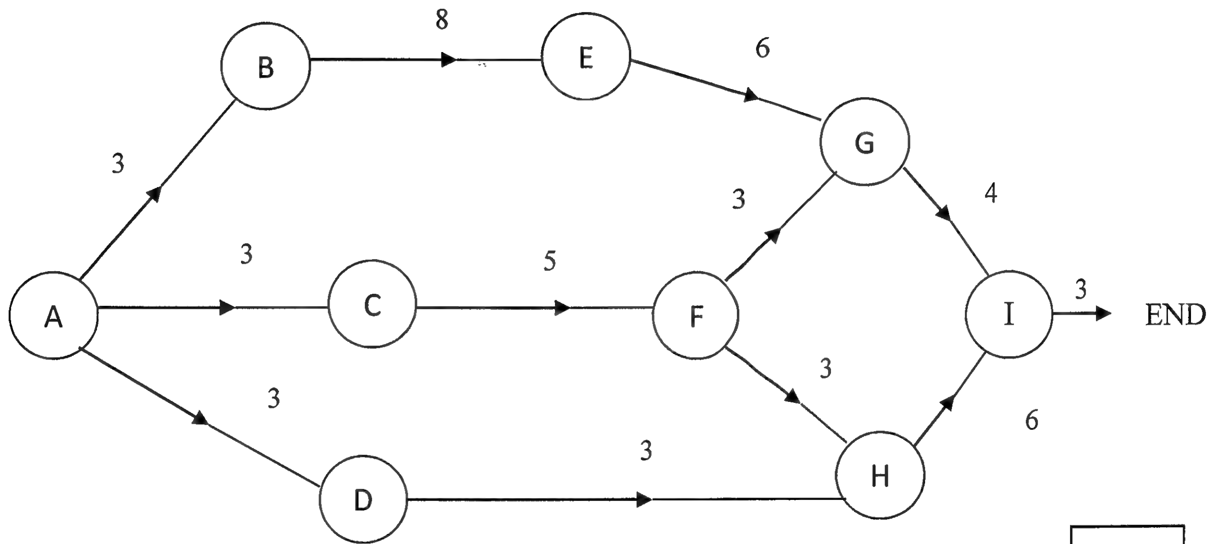
(iii) ව්‍යාපෘතිය සඳහා ගතවන මුළු කාලය සොයන්න.

(iv) ව්‍යාපෘතිය සඳහා ගත වන මුළු කාලය දීර්ඝ නොකර, පමා කළ හැකි ක්‍රියාකාරකම් මොනවා ද?

(v) මෙම ව්‍යාපෘතියේ අවධි පථය ලියා දක්වන්න.

(vi) අනපේක්ෂිත කරුණක් හේතුවෙන් D ක්‍රියාකාරකම සති දෙකකින් දීර්ඝ කිරීමට සිදු වේ යැයි සිතමු. ඉහත (iii) කොටසෙහි දී ගණනය කරන ලද මුළු කාලය තුළදී ම තවදුරටත් මෙම ව්‍යාපෘතිය අවසන් කිරීමට හැකිවේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

(i)



40

(ii)

පළමු වන සතියේදී ව්‍යාපෘතිය ආරම්භ වේ යැයි උපකල්පනය කරමින්

ක්‍රියාකාරකම	ES	EF	LS	LF	ඉපිලුම
(A)	1	1 + 3 - 1 = 3	3 - 3 + 1 = 1	4 - 1 = 3	0
(B)	3 + 1 = 4	4 + 8 - 1 = 11	11 - 8 + 1 = 4	12 - 1 = 11	0
C	3 + 1 = 4	4 + 5 - 1 = 8	12 - 5 + 1 = 8	13 - 1 = 12	4
D	3 + 1 = 4	4 + 3 - 1 = 6	15 - 3 + 1 = 13	16 - 1 = 15	9
(E)	11 + 1 = 12	12 + 6 - 1 = 17	17 - 6 + 1 = 12	18 - 1 = 17	0
F	8 + 1 = 9	9 + 3 - 1 = 11	15 - 3 + 1 = 13	16 - 1 = 15	4
(G)	17 + 1 = 18	18 + 4 - 1 = 21	21 - 4 + 1 = 18	22 - 1 = 21	0
H	11 + 1 = 12	12 + 6 - 1 = 17	21 - 6 + 1 = 16	22 - 1 = 21	4
(I)	21 + 1 = 22	22 + 3 - 1 = 24	24 - 3 + 1 = 22	24	0

එක් එක් තීරය සඳහා (10)

50

(iii)

ව්‍යාපෘතියෙහි මුළු කාලය (වගුවෙන්) = 24

10

(iv)

C, D, F හා H

15

(v)

A B E G I

15

(vi)

D ක්‍රියාකාරකමට සති 9ක අමතර කාලයක් ඇත. (10)

එම නිසා D ක්‍රියාකාරකම සති 2කින් පමා වුවද ව්‍යාපෘතිය නිම කල හැක.

(10)

20

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය

07 ගණිතය II (පැරණි නිර්දේශය)

1. $x \geq \frac{6}{x+1}$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

$$x \geq \frac{6}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{6}{x+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x+1)-6}{x+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+x-6}{(x+1)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+3)(x-2)}{(x+1)} \geq 0.$$ (5)

	$-\infty < x < -3$	$-3 < x < -1$	$-1 < x < 2$	$2 < x < \infty$
$\frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)}$ හි ලකුණ	$\frac{(-)(-)}{(-)}$ $=(-)$	$\frac{(+)(-)}{(-)}$ $=(+)$	$\frac{(+)(-)}{(+)}$ $=(-)$	$\frac{(+)(+)}{(+)}$ $=(+)$

(15)

$=0$ අර්ථ නොදැක්වේ $=0$

විසඳුම් $-3 \leq x < 1$ හෝ $2 \leq x < \infty$ මගින් දෙනු ලැබේ.

විසඳුම් කුලකය $= \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x < -1\} \cup \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x < \infty\}$. (5)

$= [-3,-1) \cup [2,\infty)$.

25

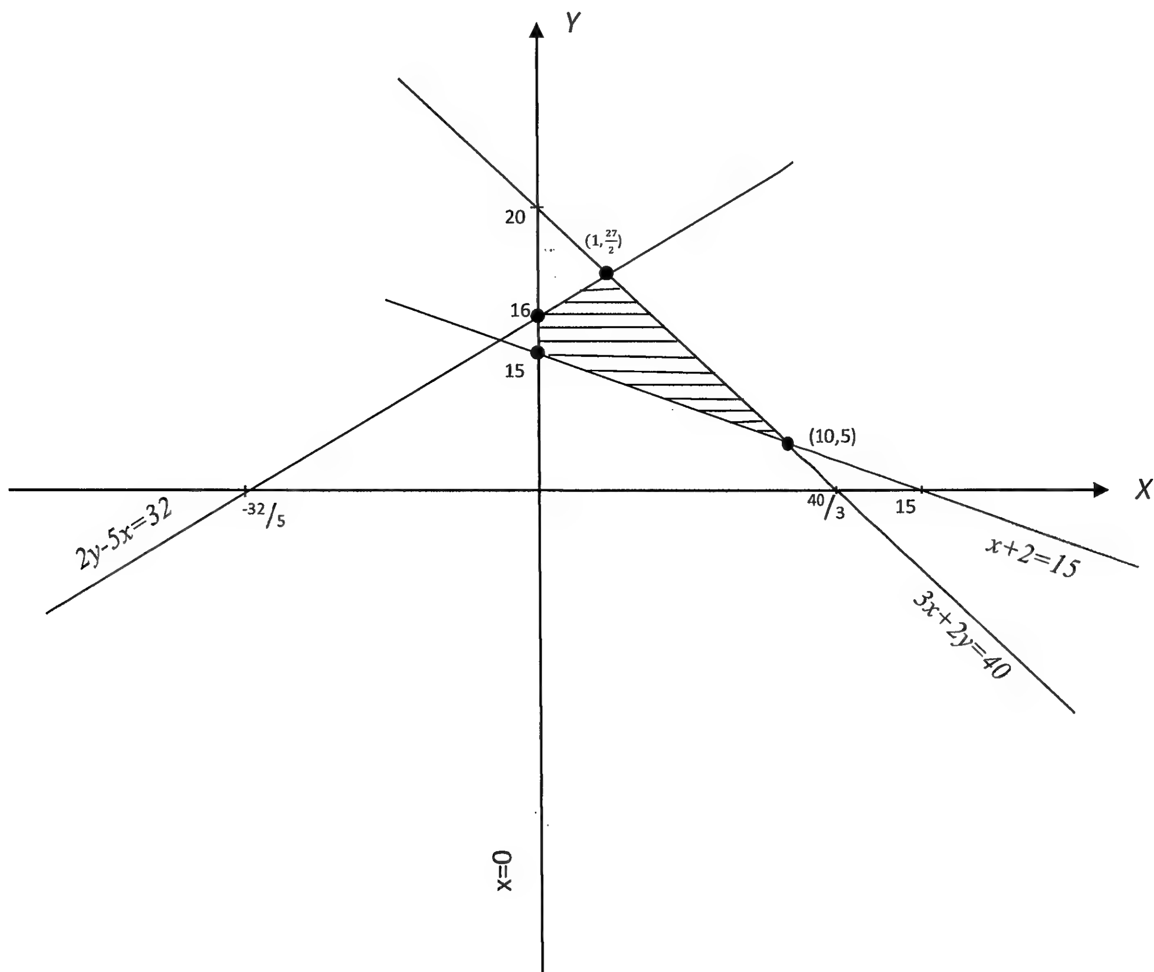
2. ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක දක්වමින්, $3x + 2y \leq 40$, $2y - 5x \leq 32$, $x + y \geq 15$ හා $x \geq 0$ අසමානතා සපුරාලන පෙදෙසෙහි දළ සටහනක් xy-තලයෙහි අඳින්න.

$3x+2y\leq 40$

$2y-5x\leq 32$

$x+y\geq 15$

$x\geq 0$



පෙදෙස (10)

ශීර්ෂ (15)

25

3. $\sqrt{3}\ \sin x - \cos x$ යන්න $R\sin(x-\alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $R(>0)$ හා α $\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු තාත්ත්වික නියත වේ.
ඒ නයින්, $0<x<2\pi$ සඳහා $\sqrt{3}\ \sin x - \cos x = \sqrt{3}$ සමීකරණය විසඳන්න.

$$\sqrt{3}\sin x-\cos x$$

$$=2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x\right]$$ (5)

$$=2\left[\sin x.\cos\frac{\pi}{6}-\cos x.\sin\frac{\pi}{6}\right]$$ (5)

$$=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right),\ R=2 \text{ හා } a=\frac{\pi}{6}.$$

දැන්, $\sqrt{3}\sin x-\cos x=\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow 2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{3}$$ (5)

$$\Leftrightarrow x-\frac{\pi}{6}=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{3}; \text{මෙහි } n\in\mathbb{Z}.$$

ඒනයින් $0<x<2\pi$ තුල විසඳුම් $x=\frac{\pi}{2},\ \frac{5\pi}{6}$ වේ. (5)

(5)

25

---

4. $x \neq 1, 2$ සඳහා $\dfrac{x+2}{(x-1)(x-2)} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x-2}$ වන පරිදි, A හා B තාත්ත්වික නියතයන්හි අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\int_3^4 \frac{x+2}{(x-1)(x-2)}\,dx$ සොයන්න.

$$\frac{x+2}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} = \frac{A(x-2)+B(x-1)}{(x-1)(x-2)}$$

$$= \frac{(A+B)x-(2A+B)}{(x-1)(x-2)}$$

සංගුණක සැසඳීමෙන්;

$$\left.\begin{array}{l} A+B=1 \\ -(2A+B)=2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{array}{l} A=-3 \quad (5) \\ B=4 \quad (5) \end{array}$$

$$\frac{x+2}{(x-1)(x-2)} = \frac{-3}{x-1} + \frac{4}{x-2}$$

$$\int_3^4 \frac{x+2}{(x-1)(x-2)}dx = \int_3^4 \frac{-3}{(x-1)}dx + \int_3^4 \frac{4}{(x-2)}dx$$

$$= -3\ln|x-1|\Big|_3^4 + 4\ln|x-2|\Big|_3^4 \quad (10)$$

$$= -3[\ln 3 - \ln 2] + 4[\ln 2 - \ln 1] \quad (5)$$

$$= -3\ln 3 - 3\ln 2 + 4\ln 3$$

$$= -3\ln 3 + \ln 2$$

$$= \ln\left(\frac{2}{27}\right).$$

25

---

5. කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන්, $\int (3x+5)\cos(2x)\,\mathrm{d}x$ සොයන්න.

$$\int (3x+5)\cos 2x \;\; dx.$$

$u = 3x+5$ හා $dv = \cos 2x \; dx$ යැයි ගනිමු.

එවිට $du = 3\; dx$ සහ $V = \dfrac{\sin 2x}{2}$. (5)

$$\int (3x+5)\cos 2x \;\; dx = (3x+5)\frac{\sin 2x}{2} - \int \frac{\sin 2x}{2} \times 3dx \quad (10)$$

$$= (3x+5)\frac{\sin 2x}{2} - \frac{3}{2}\frac{(-\cos 2x)}{2} + C \quad (10)$$

$= \dfrac{1}{2}(3x+5)\sin 2x + \dfrac{3}{4}\cos 2x + C$; මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි.

25

12. (i) $(\sin\theta - \cos\theta)(2\sin\theta - 1) = 0$ විසඳන්න.

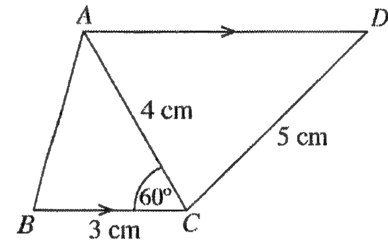
(ii) $\cos 3\theta = \cos(\theta + 2\theta)$ යන්නෙන් පටන්ගෙන, ඔබ භාවිත කරන ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යයන් ප්‍රකාශ කරමින් $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $0 < \theta < \pi$ සඳහා $8\cos^3\theta - 6\cos\theta - 1 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(iii) මෙම රූපයෙහි $AC = 4$ cm, BC = 3 cm, CD = 5 cm, $A\hat{C}B = 60^{\circ}$ හා AD යන්න BC ට සමාන්තර ද වේ.

ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා **කෝසයින් නීතිය** භාවිතයෙන්, AB හි දිග සොයන්න.

ACD ත්‍රිකෝණය සඳහා **සයින් නීතිය** භාවිතයෙන්, ADC කෝණය සොයන්න.



(i) $(\sin\theta - \cos\theta)(2\sin\theta - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \sin\theta - \cos\theta = 0$ හෝ $2\theta - 1 = 0$. (5)

$\sin\theta = \cos\theta$ හෝ $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$.

$\therefore \tan\theta = 1\ (\because \cos\theta \neq 0)$ හෝ $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$. (5)

$\therefore \tan\theta = \tan\dfrac{\pi}{4}$ හෝ $\sin\theta = \sin\dfrac{\pi}{6}$. (10)

$\therefore \theta = n\pi + \dfrac{\pi}{4}$ හෝ $\theta = n\pi + (-1)^n\dfrac{\pi}{6}$; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$. (15)

35

(ii)

$\cos(3\theta) = \cos(\theta + 2\theta)$

$= \cos\theta.\cos 2\theta - \sin\theta.\sin 2\theta$ (5)　　$(\because \cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B)$ (5)

$= \cos\theta(2\cos^2\theta - 1) - \sin\theta - 2\sin\theta\cos\theta$ (5) (5)　　$(\because \cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ and (5) $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta)$ (5)

$= 2\cos^3\theta - \cos\theta - 2\sin^2\theta.\cos\theta$ (5)

$= 2\cos^3\theta - \cos\theta - 2\cos\theta(1 - \cos^2\theta)$ (5)　　$(\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1)$ (5)

$= 2\cos^3\theta - \cos\theta - 2\cos\theta + 2\cos^3\theta$

$= 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$. (5)

50

$8\cos^3\theta - 6\cos\theta - 1 = 0$ (5)

$\Leftrightarrow 2(4\cos^3\theta - 3\cos\theta) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos 3\theta - 1 = 0$ (5)

$\Leftrightarrow \cos 3\theta = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \cos 3\theta = \cos\frac{\pi}{3}$ (5)

$\Leftrightarrow 3\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$.

(10)

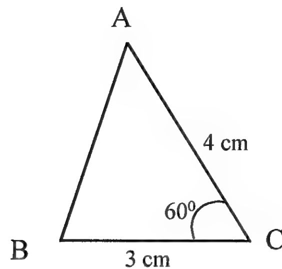
නමුත් $0 < \theta < \pi \Rightarrow$

$3\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$

$\theta = \frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}.$ (10)

35

(iii)



ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා කෝසයින් නීතිය යෙදීමෙන්

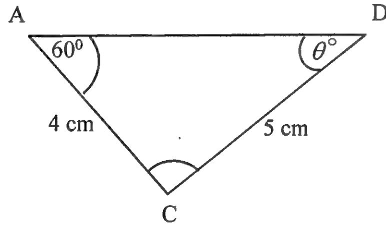
$AB^2 = 4^2 + 3^2 - 2\times 4\times 3\times \cos 60^\circ$ (10)

$AB^2 = 16 + 9 - 24\times\frac{1}{2} = 25 - 12$

$AB = \sqrt{13}$ cm. (5)

15

ACD ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය යෙදීමෙන්,



$$\frac{\sin\theta}{4} = \frac{\sin 60^\circ}{5} \quad (10)$$

$$\sin\theta = \frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}}{5}\right). \quad (5)$$

15

---

13. (*a*) $x^2 + y^2 = 2$ හා $y = x^2$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙස අඳුරු කරන්න.
අඳුරු කරන ලද පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

(*b*) පහත සඳහන් වගුව, 0 හා 1.5 අතර, දිග 0.25 ක් වූ ප්‍රාන්තරවල දී x හි අගයන් සඳහා $f(x) = \sqrt{1+x^4}$ යන ශ්‍රිතයෙහි අගයන් දශමස්ථාන හතරකට නිවැරදිව දෙයි.

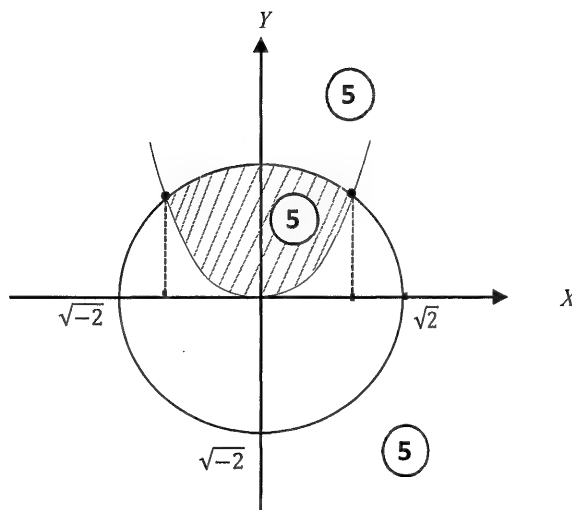
x	0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
$f(x)$	1	1.0020	1.0308	1.1473	1.4142	1.8551	2.4622

සිම්සන් නීතිය භාවිතයෙන්, $\int_0^{1.5} \sqrt{1+x^4}\,dx$ සඳහා ආසන්න අගය දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදිව සොයන්න.

ඒ නයින්, $\int_0^{1.5} \left(1+\sqrt{1+x^4}\right)^2 dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

(a) $x^2 + y^2 = 2$

$y = x^2$



15

අඳුරු කළ කොටසෙහි වර්ගඵලය $= 2\int_0^1 \left[\sqrt{2-x^2} \ -x^2\right] dx$ (20)

$x = \sqrt{2}\sin\theta$ යැයි ගනිමු. (5)

එවිට $\frac{dx}{d\theta} = \sqrt{2}\cos\theta$ හා

$dx = \sqrt{2}\cos\theta \ d\theta.$ (5)

$x = 0 \Rightarrow \quad \theta = 0$

$x = 1 \Rightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{4}$ (5)

$$= 4\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2\theta \ d\theta - \ 2\int_0^1 x^2 dx$$ (10)

$$= \frac{4}{2}\int (1+\cos 2\theta) \ d\theta - \ 2\frac{x^3}{3}\Big|_0^1$$ (10)

$$= 2\left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{2}{3}$$ (10)

$$= 2\left[\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right] - \frac{2}{3}$$ (5)

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}.$$

70

(b) $f(x) = \sqrt{1+x^4}$, $h = 0.25$ (5)

x	0	0.25	0.50	0.75	1.0	1.25	1.5
$f(x)$	1	1.0020	1.0308	1.1473	1.4142	1.8551	2.4622
	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6

$$\therefore \int_0^{1.5} \sqrt{1+x^4}\,dx \approx \frac{h}{3}\left[y_0 + 4(y_1 + y_3 + y_5) + 2(y_2 + y_4) + y_6\right] \quad (10)$$

$$= \frac{0.25}{3}\left[1 + 4(1.0020 + 1.1473 + 1.8551) + 2(1.0308 + 1.4142) + 2.4622\right] \quad (10)$$

$$= \frac{0.25}{3}(1 + 4(4.0044) + 2(2.445) + 2.4622)$$

$$= 2.031 \quad (10)$$

35

දැන්,

$$\int_0^{1.5} \left(1+\sqrt{1+x^4}\right)^2 dx = \int_0^{1.5} (1 + 2\sqrt{1+x^4} + 1 + x^4)\,dx \quad (10)$$

$$= \int_0^{1.5} \left(2 + 2\sqrt{1+x^4} + x^4\right) dx$$

$$= 2\int_0^{1.5} dx + \int_0^{1.5} x^4\,dx + 2\int_0^{1.5} \sqrt{1+x^4}\,dx \quad (5)$$

$$\approx 2\left[x\right]_0^{1.5} + \left[\frac{x^5}{5}\right]_0^{1.5} + 2\times 2.031 \quad (5)$$

$$= 2\times 1.5 + \frac{1.5^5}{5} + 4.062 \quad (5)$$

$$= 14.656 \quad (5)$$

30

---

16. සමාගමක කළමනාකරු හා සහකාර කළමනාකරු ඔවුන්ගේ නිවෙස්වල සිට කාර්යාලයට පැමිණීමට ගන්නා කාල, මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමන පහත වගුවේ දී ඇති පරිදි ප්‍රමතව ව්‍යාප්තව ඇත.

	මධ්‍යන්‍යය (මිනිත්තු)	**සම්මත අපගමනය (මිනිත්තු)**
කළමනාකරු	45	5
සහකාර කළමනාකරු	55	6

කාර්යාලය පෙ.ව. 8.30 ට ආරම්භ කරන අතර කළමනාකරුගේ හා සහකාර කළමනාකරුගේ ගමන් කාල ස්වායත්ත වේ. සසම්භාවී ලෙස තෝරාගනු ලැබූ දිනයක දී,

(i) කළමනාකරු පෙ.ව. 7.45 ට නිවසින් පිටත් වන්නේ නම්, ඔහු ප්‍රමාද වීමේ,

(ii) කළමනාකරු පෙ.ව. 7.30 ට නිවසින් පිටත් වන්නේ නම්, ඔහු පෙ.ව. 8.20 හා පෙ.ව. 8.30 අතර තුළ දී කාර්යාලයට ළඟා වීමේ,

(iii) සහකාර කළමනාකරු පෙ.ව. 7.29 ට නිවසින් පිටත් වන්නේ නම්, ඔහු නියමිත වේලාවට හෝ ඊට පෙර කාර්යාලයට පැමිණීමේ,

(iv) කළමනාකරු හා සහකාර කළමනාකරු පිළිවෙළින් පෙ.ව. 7.45 ට හා පෙ.ව. 7.29 ට ඔවුන්ගේ නිවෙස්වලින් පිටත් වන්නේ නම්, කළමනාකරු කාර්යාලයට ප්‍රමාද වී යැයි දී ඇති විට, සහකාර කළමනාකරු ද ප්‍රමාද වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

X_1 හා X_2 යනු පිළිවෙළින් කළමනාකරු සහ සහකාර කළමනාකරු ගමනට ගන්නා කාලයන් යැයි ගනිමු.

(i) $P(X_1 > 45) = 1 - P(X_1 \leq 45)$ (20)

$= 1 - P\left(Z \leq \frac{45-45}{5}\right)$ (10)

$= 1 - P(Z \leq 0)$ (5)

$= 1 - 0.5 = 0.5$ (5)

40

(ii) $P(50 < X_1 < 60) = P\left(\frac{50-45}{5} < Z < \frac{60-45}{5}\right)$ (25)

$= P(1 < Z < 3)$ (5)

$= P(Z < 3) - P(Z \leq 1)$ (10)

$= (0.5+0.4987) - (0.5+0.3413)$

$= 0.1574$ (10)

50

(iii) $P(X_2 \le 61) = P\left(Z \le \frac{61-55}{6}\right)$ (20)

$= P(Z \le 1)$ (5)

$= 0.5 + 0.3413$

$= 0.8413$ (5)

30

(iv) A හා B යනු පිළිවෙළින් කළමනාකරු සහ සහකාර කළමනාකරු පමා වීමේ සිද්ධි යැයි ගනිමු.

දැන්, $P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$ (5)

A හා B ස්වායත්ත බැවින් (5)

$P(B \cap A) = P(B)P(A).$ (5)

එම නිසා, $P(B \mid A) = P(B).$ (5)

$P(B) = P(X_2 > 61)$

$= 1 - P(X_2 \le 61)$ (5)

$= 1 - 0.8413$

$= 0.1587$ (5)

30
